

Oborově specifický kompetenční rámec – matematika

Nad'a Vondrová (PedF UK) a Helena Koldová (PF JU)

Nad'a Vondrová	PedF UK (koordinátorka)
Radka Dofková	PdF UP v Olomouci
Miroslava Huclová	FPE ZČU v Plzni
Antonín Jančařík	PedF UK Praha
David Janda	PedF UK Praha
Helena Koldová	PF JU v Českých Budějovicích
Petra Konečná	PřF Ostravská univerzita
Magdalena Krátká	PřF UJEP v Ústí nad Labem
Radek Krpec	PdF Ostravská univerzita
Ladislav Kvasz	PedF UK Praha
Petr Liška	PřF MU Brno
Jakub Michal	PedF UK Praha
Vlasta Moravcová	MFF UK Praha
Karel Pazourek	PřF JU v Českých Budějovicích
Vladimíra Petrášková	PF JU v Českých Budějovicích
Jarmila Robová	MFF UK Praha
Libuše Samková	PF JU v Českých Budějovicích
Jan Wossala	PdF UP v Olomouci
Michal Zamboj	PedF UK Praha

OBLAST 1

VYUČOVANÉ OBORY A JEJICH ZPROSTŘEDKOVÁNÍ ŽÁKŮM A ŽÁKYNÍM

Kompetence 1.1: Rozumím vyučovaným oborům a dále se v nich rozvívám.

Mám ve vyučovaných oborech znalosti a dovednosti, které mi umožňují efektivně plánovat a realizovat výuku.

Mám pozitivní vztah k vyučovaným oborům, zajímám se o jejich vývoj a budoucnost. Rozumím tomu, jak v nich vzniká poznání, umím v nich využívat moderní technologie a kriticky hodnotím oborové zdroje informací.

Rozumím souvislostem vyučovaných oborů s jinými obory. Orientuji se ve vztahu vyučovaných oborů a kurikula na různých stupních vzdělávání.

Reflektuji úroveň vlastních kompetencí ve vyučovaných oborech, jsem si vědom/a limitů těchto oborů i svých vlastních a kontinuálně se ve vyučovaných oborech vzdělávám.

ÚROVEŇ 1

absolvent/ka



ÚROVEŇ 2

začínající
učitel/ka



ÚROVEŇ 3

zkušený/á
učitel/ka



1. Mám ve vyučovaných oborech znalosti a dovednosti, které mi umožňují efektivně plánovat a realizovat výuku (viz 2. oblast kompetencí).
2. Mám pozitivní vztah k vyučovaným oborům, zajímám se o jejich vývoj a budoucnost.
3. Rozumím tomu, jak ve vyučovaných oborech vzniká (vědecké) poznání, využívám spolehlivé oborové zdroje informací a kriticky zdroje informací hodnotím.
4. Umím ve vyučovaných oborech využívat moderní technologie.
5. Orientuji se ve vztahu vyučovaných oborů a kurikula na různých stupních vzdělávání.
6. Reflektuji úroveň vlastních kompetencí ve vyučovaných oborech, jsem si vědom/a limitů těchto oborů i svých vlastních a kontinuálně se ve vyučovaných oborech vzdělávám.
7. Rozumím souvislostem vyučovaných oborů s jinými obory a průřezovým konceptům, které jsou společné více oborům.
8. Rozumím terminologii, konceptům a vnitřní souvislostem vyučovaných oborů natolik, že dokážu efektivně plánovat a realizovat výuku také pro nadané a mimořádně nadané žáky s hlubokým zájmem o daný obor.

OBLAST 1

VYUČOVANÉ OBORY A JEJICH ZPROSTŘEDKOVÁNÍ ŽÁKŮM A ŽÁKYNÍM

Kompetence 1.2:

Didakticky zprostředkují obsah vyučovaných oborů žákům a žákyním v souladu s jejich vzdělávacími potřebami,

tj. obsah didakticky transformují. Při tom efektivně vytvářejí příležitosti pro učení. Vhodně využívám oborově-didaktické koncepty a pracuji s prostředím pro učení žáků, včetně digitálního.

Zprostředkují žákům a žákyním souvislosti mezi oborovou teorií, reálnými jevy a životní praxí. Obory zprostředkovávám jako otevřené a vedu žáky a žákyně v oborech ke kritickému uvažování, tvůrčí činnosti a etickému jednání. Pracuji s chybami a překážkami pro porozumění obsahu.

Mám ucelenou koncepci výuky na příslušném stupni vzdělávání ve vyučovaných oborech, a to včetně koncepce výuky žáků a žákyně se speciálními vzdělávacími potřebami.

ÚROVEŇ 1 →

absolvent/ka



ÚROVEŇ 2 →

začínající učitel/ka



ÚROVEŇ 3

zkušený/á učitel/ka



1. Srozumitelně a fakticky správně zprostředkují obsah vyučovaných oborů žákům a žákyním na příslušném stupni vzdělávání v souladu s jejich vzdělávacími potřebami, tj. obsah didakticky transformují.
2. V rámci didaktické transformace efektivně vytvářejí příležitosti pro učení a využívají vhodné vyučovací metody a prostředky pro učení, např. učební úlohy, situace, modely a modelové příklady, a informační zdroje, včetně digitálních (viz také kompetence 2.2).
3. Zprostředkují žákům a žákyním souvislosti mezi oborovou teorií, reálnými jevy a životní praxí, včetně aktuálního dění (viz také kompetence 2.3).
4. Vyučované obory zprostředkovávám jako otevřené a stále se vyvíjející, a jako provázané s dalšími obory; ne jako uzavřené a izolované soubory vědění.
5. Pracuji s prostředím pro učení žáků, včetně digitálního, tak, aby podporovalo jejich učení ve vyučovaných oborech (viz také 3. oblast kompetencí).
6. Pracuji s předporozuměními (prekoncepty), včetně chybných porozumění (miskonceptů), která žáci a žákyně mají o klíčových pojmech ve vyučovaných oborech, a s častými chybami a překážkami pro porozumění obsahu.
7. Vhodně využívám oborově-didaktické koncepty specifické pro vyučované obory, a to zejména při plánování, realizaci a reflexi výuky a v procesu zpětné vazby a hodnocení (viz 2. a 4. oblast kompetencí).
8. Vedu žáky a žákyně ve vyučovaných oborech ke kritickému uvažování a k tvůrčí činnosti a etickému jednání.
9. Zprostředkovávám žákům a žákyním průřezová témata a koncepty, které jsou společné více oborům; případně vyučuji také mezioborově, tematicky.
10. Mám ucelenou koncepci výuky na příslušném stupni vzdělávání ve vyučovaných oborech, a to včetně koncepce výuky žáků a žákyně se speciálními vzdělávacími potřebami, včetně nadaných a mimořádně nadaných.

Základní východiska tvůrčího týmu



Vyučující matematiky musí mít pedagogické i psychologické znalosti (viz obecný kompetenční rámec)



Vyučující matematiky potřebuje znát matematiku



Vyučující matematiky potřebuje znát matematiku jinak než matematik či inženýr (didaktická znalost obsahu; Shulman, 1986)



Vyučující matematiky potřebuje znát nástroje pro výuku matematiky (digitální, metodické a popularizační texty, pomůcky...)



Vyučující matematiky by měl/a být motivován/a k matematice a její výuce



Kompetence pro absolventa/ku by měl/a dosáhnout vysokoškolským studiem



Zásadní jsou ilustrativní příklady k dílčím kompetencím

1. Mám ve vyučovaných oborech znalosti a dovednosti, které mi umožňují efektivně plánovat a realizovat výuku

Úroveň 1:
Absolvent/ka učitelství



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

Vysvětlím matematické koncepty a postupy základních matematických disciplín: aritmetika, algebra, matematická analýza, geometrie, statistika a pravděpodobnost.

Uvědomuji si vazby a souvislosti základních matematických disciplín; získané znalosti a dovednosti aplikuji nejen uvnitř jednotlivých disciplín, ale i mezi nimi.

- Vysvětlím pojem racionálního čísla s periodou s využitím pojmu konvergence nekonečné geometrické řady, chápu např., co znamená rovnost $0,9999... = 1$.
- Chápu, že podstatou konceptu funkce je jednoznačnost přiřazení a k vysvětlení používám vhodné grafické reprezentace.
- Vysvětlím a definuji pojem klasické pravděpodobnosti na konkrétních modelech (např. házení mincí, házení hrací kostkou, náhodný výběr karet apod.).
- Umím vybudovat různé číselné obory, znám vlastnosti operací na nich a umím je vhodně využít při práci s algebraickými výrazy (např. umím dokázat existenci iracionálních čísel nebo zdůvodnit algoritmus dělení dvou racionálních čísel).

- Uvědomuji si, jak lze algebraické rovnice využít v analytické geometrii (soustavy rovnic pro nalezení průsečíků přímky a kuželosečky).
- Dovedu využít výpočty obsahů a objemů při řešení úloh z geometrické pravděpodobnosti (např. pravděpodobnost zásahu do části terče pomocí podílu obsahů kruhů).
- Uvědomuji si souvislost mezi klasickou a statistickou pravděpodobností a náhodnými rozděleními ve statistice.
- Uvědomuji si vazby mezi syntetickou a analytickou geometrií. Dokážu řešit vybrané geometrické úlohy více metodami.
- Využívám znalostí obsahů a objemů geometrických útvarů při odvozování dalších vztahů pro obsahy a objemy (např. obsah trojúhelníku pomocí obsahu kosodélníku).

Úroveň 2:
Začínající učitel/ka



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

6. Reflektuji úroveň vlastních kompetencí ve vyučovaných oborech, jsem si vědom/a limitů těchto oborů i svých vlastních a kontinuálně se ve vyučovaných oborech vzdělávám.

Uvědomuji si, že matematika má své limity, umím uvést příklady z pohledu filozofického, teoretického i praktického.

Chápu rozdíl mezi profesemi učitel matematiky a matematik, umím se správně identifikovat (viz také komp. 6.1).

- Umím vysvětlit, proč na čtverečkovaném papíru nelze sestrojit mřížový rovnostranný trojúhelník.
 - Ukážu, jak mohou ovlivnit přesnost výpočtů praktické limity měření (např. když měříme délky stran trojúhelníku a vypočítáme jeho obsah).
 - Dokážu vysvětlit koncept „Hilbertova hotelu“, tj. imaginárního hotelu s nekonečným počtem pokojů, kde je každý pokoj obsazen, a přesto může hotel přijmout dalšího hosta tím, že každého stávajícího hosta posune do následujícího pokoje.
 - Uvědomuji si, že grafické řešení rovnice pomocí grafů funkcí není obvykle přesné.
-
- Uvědomuji si, že zatímco matematik se věnuje výzkumu, můj hlavní cíl je efektivní výuka a přizpůsobení matematického obsahu potřebám žáků (komp. 2.2).

Úroveň 3:

Zkušený/á učitel/ka



PŘÍKLADY OBOROVĚ SPECIFICKÉHO NAPLNĚNÍ KOMPETENCE

7. Rozumím souvislostem vyučovaných oborů s jinými obory a průřezovým konceptům, které jsou společné více oborům.

Rozumím interpretacím matematických konceptů na příkladech z reálného života.

- Využívám svých znalostí např. geometrické posloupnosti při složeném úrokování, procent při výpočtu DPH a slevových akcí, poměru při práci s měřítkem mapy a při míchání směsí.

Témata a problémy z jiných oborů dokážu ve vhodném zjednodušení matematizovat a řešit.

- Vztahy fyzikálních veličin matematizuji a řeším pomocí algebraických výrazů a rovnic.
- Problémy z oblasti diagnostiky chorob na základě výsledků testů řeším pomocí podmíněné pravděpodobnosti.
- Nejkratší vzdálenost mezi dvěma místy na zeměkouli dokážu odhadnout pomocí geometrického modelu koule.

Matematické postupy a pojmy využívám pro kritické vyhodnocení informací v jiných oborech.

- Kriticky posuzuji grafy v mediích a v učebnicích dalších vzdělávacích oblastí z hlediska rozsahu a měřítek os. Posuzuji vhodnost zvolených charakteristik vzhledem k povaze souboru dat.

OSKR na vysokých školách vzdělávajících učitele



Obecný komentář OSKR obsahuje pojmy, na nichž panuje mezi vzdělavateli učitelů matematiky shoda a které jsou pro budoucí učitele užitečné



Kompetenční rámec lze propsat do přípravy učitelů – až na úroveň předmětů

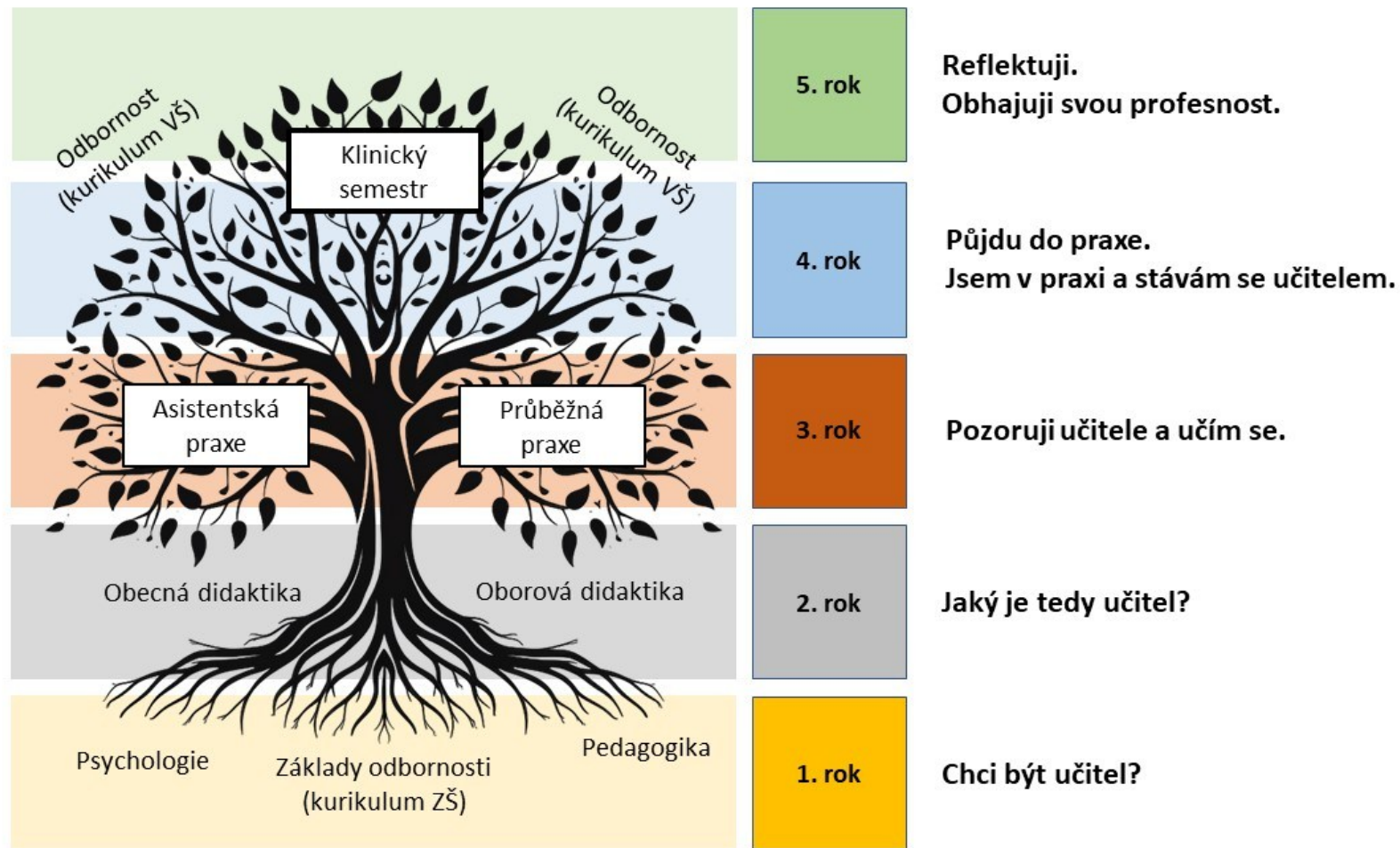


Ilustrativní příklady mohou sloužit jako vodítko pro koncipování obsahu kurzů pro budoucí učitele i pro učitele z praxe pro další vzdělávání



OSKR boří laickou představu, že učit matematiku může každý

Ilustrace: Učitelství pro 2. stupeň základní školy na PF JU



V aprobačních pracujeme se SKRAUU nejen na papíře

Hlavní témata a výsledky učení
Hlavní témata a výsledky učení: 1. Pojem funkce. Příklady některých důležitých funkcí (lineární funkce, kvadratická funkce, funkce absolutní hodnota, ...). 2. Operace s funkcemi: aritmetické, skládání funkcí, zúžení funkce. 3. Polynomy. Jejich speciální případy (přímá úměra, mocninné funkce, ...). 4. Racionální funkce. Jejich speciální případy (nepřímá úměra, lineárně lomená funkce, záporná mocnina). 5. Základní vlastnosti reálných funkcí jedné reálné proměnné: sudost, lichost, periodičnost, injektivnost, bijektivnost, omezenost. 6. Vlastnosti funkcí: maximum/minimum, supremum/infimum, monotonie funkce. 7. Inverzní funkce a její základní vlastnosti. 8. Funkce n-tá odmocnina. Mocnina s racionálním exponentem. 9. Exponenciální funkce (přirozená exponenciála, obecná exponenciála). Obecná mocnina. 10. Logaritmická funkce (přirozený logaritmus, dekadický logaritmus, obecný logaritmus). 11. Goniometrické funkce: a) v pravouhlém trojúhelníku (stupně), b) na jednotkové kružnici (radiány). 12. Rovnice a nerovnice s elementárními funkcemi – grafické řešení, algebraické řešení. 13. Cyklometrické funkce. Výsledky učení: ▪ Student bezpečně ovládá základní vlastnosti a typy funkcí a je připraven tyto vyučovat včetně příkladů jejich aplikování. Znalosti jsou základem pro navazující kurzy a dovednosti v oblasti matematické analýzy.

Návaznost na KRAU:

- Oblast 1: 1.1., 1.2.
- Oblast 2: 2.1., 2.2., 2.3, 2.4., 2.5.
- Oblast 3: 3.1., 3.2.
- Oblast 4: 4.1., 4.2., 4.3.
- Oblast 5: 5.1.
- Oblast 6: 6.1.

B-III – Charakteristika studijního předmětu					
Název studijního předmětu	Matematika v kurikulu ZŠ III (závislosti, vztahy, práce s daty, logika)				
Typ předmětu	Povinný, PZ		dop. ročník / semestr	1/ZS	
Rozsah studijního předmětu	1p + 1s	hod.	2/týden	kreditů	3
Prerekvizity, korekvizity, ekvivalence					
Způsob ověření výsledků učení	Zápočet		Forma výuky	přednáška, seminář	
Forma způsobu ověření výsledků učení a další požadavky na studenta	Zápočet ve formě testu.				
Garant předmětu	RNDr. Marika Hruběšová, Ph.D.				
Zapojení garanta do výuky předmětu	Vede přednášky, semináře.				
Vyučující	RNDr. Marika Hruběšová, Ph.D.				
Hlavní témata a výsledky učení					
Hlavní témata a výsledky učení:					
1. Úvod, seznámení se s obsahem učiva ZŠ, RVP ZS, ŠVP, obsahem učiva daného předmětu Matematika v kurikulu ZŠ III, učebnicemi Matematiky pro 2. stupeň ZŠ v návaznosti na obsah učiva předmětu Matematika v kurikulu ZŠ III.					
2. Motivační úlohy pro uvědomění si, jak matematice rozumím.					
3. Závislosti a práce s daty – příklady závislostí z praktického života, nákrety, schémata, tabulky, diagramy, grafy, převody jednotek.					
4. Závislosti a práce s daty – základní pojmy statistiky, rozdělení četností, grafy ve statistice, aritmetický průměr, modus, medián.					
5. Závislosti a práce s daty – příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti s využitím digitálních technologií.					
6. Funkce – pravouhlá soustava souřadnic, přímá a nepřímá úměrnost, lineární funkce, Úloha: Vymysli slovní úlohu na přímou a nepřímou úměrnost.					
7. Funkce – matematizace reálných situací s využitím funkčních vztahů, práce (početní úkony) s penězi, hledání pravidelností.					
8. Číselné a logické řady (doplň řadu, vyřaď nepatřící, ...), číselné a obrázkové analogie – sudoku, tabulky, rébusy, obrázkové řady.					
9. Slovní úlohy založené na logickém úsudku (úloha typu Zebra, apod.).					
10. Kombinatorické a pravděpodobnostní úlohy – různé možnosti znázornění, řešení (výčet prvků, početně, obrázkem, graficky – např. stromový graf, uzlový graf, tabulka), propedeutika pro pravidlo součtu a součinu.					
11. Výrok a negace výroku, kvantifikátory.					
12. Logické spojky, negace složených výroků.					
13. Logické úlohy, kombinatorické úlohy (divergentní úlohy – sestavování různých příkladů ze zadaných čísel a znaků, úlohy ve čtvercové síti), princip inkluze, exkluze.					
Výsledky učení:					
▪ Student se orientuje v probraných tématech, dokáže nad tématem diskutovat se spolužáky a je schopen netradiční úlohy nejenom vyřešit, ale také si řešení znázornit.					
▪ Student je schopen najít různé způsoby řešení a zamýšlet se nad problémy, které by mohly žákům činit potíže.					
Návaznost na KRAU:					
▪ Oblast 1: 1.1., 1.2.					
▪ Oblast 2: 2.1., 2.5.					
▪ Oblast 3: 3.1., 3.2., 3.3.					
▪ Oblast 4: 4.1., 4.2.					
▪ Oblast 6: 6.1., 6.3.					



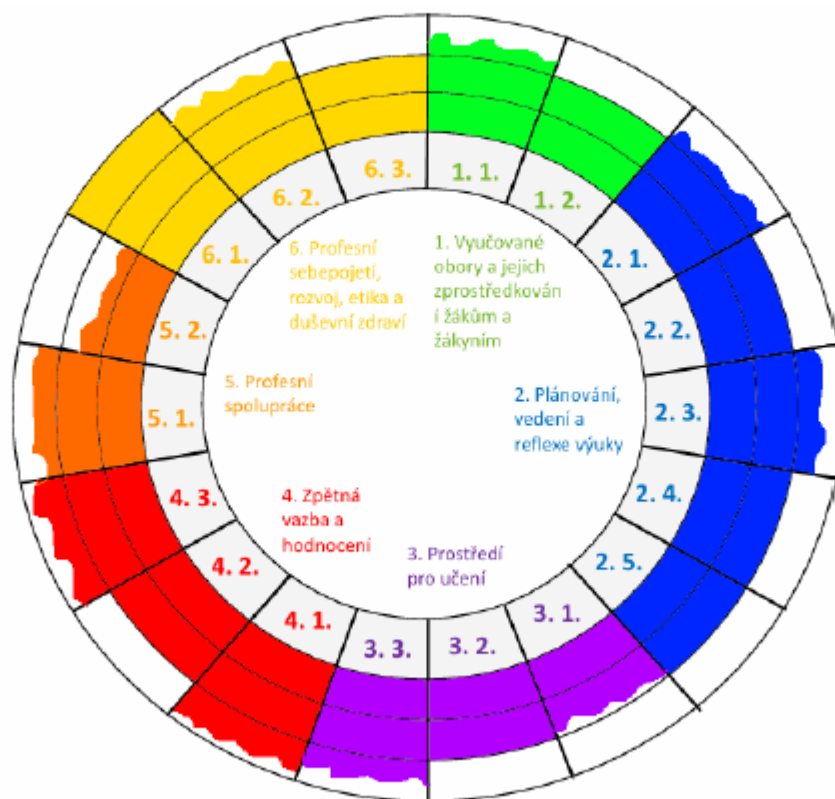
Příklad práce s KRAAU na KMA



Vyplnění po praxi 2. 5. 2025

(vyplňováno po měsíčním učení dvou náročných 6. tříd na ZŠ
nekomunikovala)

a po praxi, kde byla třída 9. D, která často téměř



Studijní

Informace o škole

Název školy:

Adresa školy:

Ředitel školy:

Úvod

Stručná charakteristika

K zápisu do třídnice po
zodpovědnost po celou
36 tříd v 9 ročnících. Ve

Školní poradenské pracoviště se skládá z výchovného poradce, metodika prevence a dále se vyskytuje i školní psycholog (nemá plný úvazek) a etoped. Navíc mají ještě třetího zástupce ředitele, a to pro věci pedagogické.

enta učitelství

a ZŠ

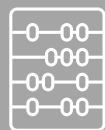
měla jsem skvělé třídy 9. D,



OSKR u všech budoucích učitelů?



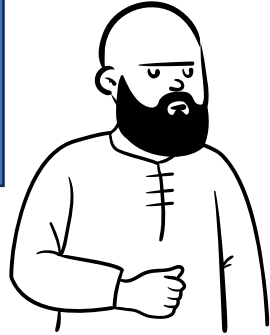
OSKR může dobře fungovat na vysokých školách připravujících učitele matematiky v pregraduálních programech



Je nereálné předpokládat, že k naplnění do úrovně Absolvent dojde u absolventů jiných oborů, kteří studují v doplňujícím pedagogickém studiu (DPS)

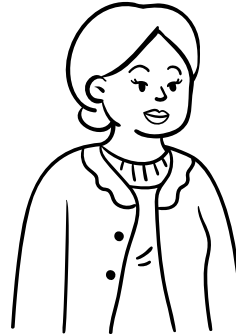
OSKR a učitelé z praxe

Líbí se mi explicitní definování pojmů, jako je „utajené“ a „odcizené poznávání“, což nám, učitelům, pomáhá lépe chápat a reflektovat vlastní postupy ve výuce



Celkově mi rámec připadá jako velmi podrobný a pokrývá široké spektrum dovedností a znalostí. Nemám pocit, že by v něm něco zásadního chybělo. Spíš naopak – je to dokument velmi rozsáhlý, možná až natolik, že by svou šíří mohl na studenty učitelství působit odrazujícím dojmem. Tím samozřejmě nemyslím, že by měl být zjednodušen, ale možná by stálo za to přemýšlet o formě, jakou bude studentům a začínajícím učitelům prezentován – aby nepůsobil jako „seznam toho všeho, co musím umět, jinak nejsem dobrý učitel“.

Další, co je určitě velkým plusem jsou názorné příklady, pod kterými si lépe představíme, co bylo v teorii myšleno a konkrétně ilustrují, jak lze danou věc uplatnit v praxi. Například *“Dokáží budovat pojem vektor od propedeutiky na úrovni základní školy (např. cesta z bodu A do bodu B, směr a délka posunutí) až po jeho vhodnou definici na střední škole v souladu se vzdělávacími potřebami žáků.”* nás přímo navádí, jak lze vektor postupně vysvětlit.

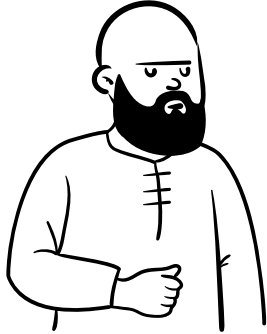


Trochu mne trápí detailní popisy jednotlivých kompetencí, paradoxně by mohly vést k formalismu, proti němuž se dokument vymezuje; při zestručnění rámce by jasněji vynikly klíčové priority.

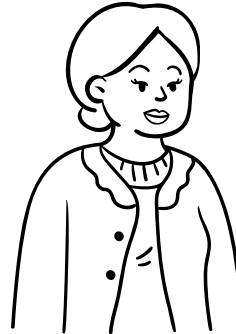
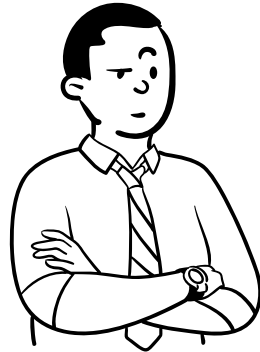
Dokument obsahuje přehled o tom, co by měli učitelé matematiky vědět a jak by měli učit. Cenné jsou praktické příklady a rady. Je dobře uspořádaný, takže učitelé rychle najdou, co potřebují. Ve struktuře chápou, co se od nich očekává v různých úrovních profesní dráhy. Údaje nabízí konkrétní strategie a řešení pro aplikaci teoretických poznatků v praxi.

OSKR a realističnost očekávání

Text je poměrně dlouhý a místy může být obtížně čitelný pro nové nebo méně zkušené učitele. Může být pro ně náročné udržet pozornost a absorbovat všechny informace najednou.



Přestože je v textu hodně modelových situací, stejně je tam nedostatek reálných příkladů z běžného života, které by mohly být přínosnější a byly přímo pro učitele pro aplikaci úloh v hodinách.



Rámec se mi zdá krásný, ale nereálný. Raději bych ve škole viděla uchazeče o místo učitele s nižšími kompetencemi, než inženýra, který nechápe, proč by měl žáky učit definici absolutní hodnoty, když on sám ji neumí. Taková je realita na gymnáziu. A ještě se bojíme, že nám uteče. Mám obavy, že s takovými požadavky se svých nástupců nedočkáme.

Závěrečné poznámky

- Děkujeme za pozornost.